



# 数 学

(120分)

## 注意事項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は4問で、2ページあります。
3. 問題冊子には、「下書き用紙1」～「下書き用紙4」と書いてある下書き用紙がついています。下書き用紙と問題冊子の余白は、計算などに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は、下書き用紙も含めて持ち帰りなさい。解答冊子は持ち帰ってはいけません。

- 1 (1) 不等式  $\log_{\frac{1}{2}}(4 - x^2) + 3 \leq \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x + 4) + \log_2 2x$  を解け。
- (2)  $k > 0$  とする。  $xy$  平面上に、4つの点  $P(1, 0)$ ,  $Q(0, 1)$ ,  $R(-1, 0)$ ,  $S(0, -1)$  がある。大小2個のさいころを投げて出た目をそれぞれ  $a$ ,  $b$  とする。円： $(x - a)^2 + (y - b)^2 = k^2$  と正方形  $PQRS$  がただ1点を共有し、その共有点を  $A$  とする。  $A$  が辺  $PQ$  上にあるように  $k$  の値を定める。
- (ア)  $A$  が、  $P$  または  $Q$  となる確率を求めよ。
- (イ)  $k > 3$  となる確率を求めよ。

2  $t$  を実数とする。原点を  $O$  とする座標空間に2点  $A(0, 1, t)$ ,  $B(1, -2, 3t)$  がある。3点  $O$ ,  $A$ ,  $B$  を通る平面を  $S$  とする。

- (1)  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  が直交するときの  $t$  の値を求めよ。
- (2) 点  $P(1, 1, t^2)$  が  $S$  上にあるときの  $t$  の値を求めよ。
- (3)  $t = 1$  とする。直線  $OA$  上に動点  $Q$  がある。  $|\vec{QB}|$  の最小値とそのときの  $Q$  の座標を求めよ。
- (4) 平面  $x = 1$  上の円  $C$  を考える。  $C$  の中心は  $(1, 0, 0)$ , 半径は1である。  $C$  と  $S$  が共有点をもつときの  $t$  の値の範囲を求めよ。

3  $a$  を実数とする。2つの曲線

$$C_1 : y = \tan x \left( 0 < x < \frac{\pi}{2} \right), \quad C_2 : y = \frac{a}{\cos^2 x} \left( 0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$$

を考える。

- (1)  $a = \frac{1}{2}$  のとき、 $C_1$  と  $C_2$  はただ1個の共有点をもつ。その共有点の座標とその点における  $C_1$ 、 $C_2$  の接線の傾きを求めよ。
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  が2個の共有点を持ち、そのうちの1つの  $x$  座標が  $\frac{\pi}{12}$  であるときを考える。
  - (ア)  $a$  の値を求めよ。
  - (イ) もう1つの共有点の座標を求めよ。
  - (ウ)  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。

4  $a$  を正の実数とする。複素数平面上の3点  $A(2)$ 、 $B(i)$ 、 $C(-i)$  を通る円を  $S$  とする。 $S$  上に点  $D(3a + 2ai)$  がある。ただし、 $i$  は虚数単位である。

- (1)  $S$  を表す複素数  $z$  の方程式を求めよ。
- (2)  $a$  の値を求めよ。
- (3) 線分  $AC$  の中点を  $M$ 、線分  $BD$  の中点を  $N$  とする。 $C$  を、 $M$  を中心として  $\frac{\pi}{2}$  だけ回転した点を  $P$  とする。 $D$  を、 $N$  を中心として  $\frac{\pi}{2}$  だけ回転した点を  $Q$  とする。
  - (ア)  $P$  と  $Q$  を表す複素数をそれぞれ求めよ。
  - (イ) 線分  $PQ$  の長さを求めよ。

問題は、このページで終わりである。